Corrigé du TD : densification du névé polaire

d'après Herron, M. M. & Langway, C. C. (1980), 'Firn densification: an empirical model ', J. Glaciol. 25(95), 373-385.

<u>Réponse 1 :</u> En intégrant l'équation postulat du modèle, on obtient :

$$\frac{d\left[\ln\left(\rho/(\rho_\mathrm{i}-\rho)\right)\right]}{dz} = C\rho_i,$$

puis

$$\ln\left(\frac{\rho}{\rho_\mathrm{i}-\rho}/\frac{\rho_0}{\rho_i-\rho_0}\right) = C\rho_i z.$$

On obtient ainsi z en fonction de ρ

$$z = \frac{1}{C\rho_i}\ln\left(\frac{\rho}{\rho_\mathrm{i}-\rho}/\frac{\rho_0}{\rho_\mathrm{i}-\rho_0}\right),$$

puis z en fonction de ρ :

$$\rho = \rho_i\frac{\frac{\rho_0}{\rho_i-\rho_0}\exp\left(C\rho_i z\right)}{1+\frac{\rho_0}{\rho_i-\rho_0}\exp\left(C\rho_i z\right)}.$$

<u>Réponse 2 :</u> L'âge X de la particule évolue selon l'équation

$$dX = \frac{\rho dz}{a}.$$

En remplaçant dz à partir de l'équation postulat, on obtient :

$$dX = \frac{1}{Ca}\frac{d\rho}{\rho_i-\rho},$$

que l'on peut intégrer :

$$X = \frac{1}{Ca}\ln\left(\frac{\rho_i-\rho_0}{\rho_i-\rho}\right).$$

<u>Réponse 3 :</u> A partir de la réponse 1, on écrit simplement :

$$z_c = \frac{1}{\rho_i C}\ln\left(\frac{\rho_c}{\rho_\mathrm{i}-\rho_c}/\frac{\rho_0}{\rho_\mathrm{i}-\rho_0}\right).$$

Réponse 4 : A partir de la réponse 1, le profil de densité pour $\rho \leq \rho_C$ s'écrit :

$$\rho = \rho_i \frac{\frac{\rho_0}{\rho_i - \rho_0} \exp\left(C_1 \rho_i z\right)}{1 + \frac{\rho_0}{\rho_i - \rho_0} \exp\left(C_1 \rho_i z\right)}.$$

De la même manière, le profil de densité pour $\rho \geq \rho_C$ s'écrit :

$$\rho = \rho_i \frac{\frac{\rho_c}{\rho_i - \rho_c} \exp\left(C_2 \rho_i (z - z_c)\right)}{1 + \frac{\rho_c}{\rho_i - \rho_c} \exp\left(C_2 \rho_i (z - z_c)\right)}.$$

Réponse 5 : Avec le même raisonnement que pour la question 2, on obtient :

$$X = \frac{1}{C_1 a} \ln\left(\frac{\rho_i - \rho_0}{\rho_i - \rho}\right) \qquad \text{pour } \rho \leq \rho_c,$$

$$X = \frac{1}{C_1 a} \ln\left(\frac{\rho_i - \rho_0}{\rho_i - \rho_c}\right) + \frac{1}{C_2 a} \ln\left(\frac{\rho_i - \rho_c}{\rho_i - \rho}\right) \qquad \text{pour } \rho \geq \rho_c.$$